

Приложение 4  
к образовательной программе

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Б1.О.03 Алгебра

(индекс, наименование дисциплины в соответствии с учебным планом)

38.03.01 Экономика

(код, наименование направления подготовки)

Финансы и кредит

(наименование образовательной программы)

очная, очно-заочная формы обучения

(форма обучения)

Год набора – 2026

Киров, 2026 г.

**Автор(ы)-составитель(и) РПД:**

Дубровская Лиана Владиславовна, кандидат экономических наук, доцент кафедры «Экономики и государственного и муниципального управления».

**Заведующий кафедрой:**

И.О. «Экономики и государственного и муниципального управления», к.э.н.,  
Русакова Е.А.

Рабочая программа дисциплины Б1.О.03 «Алгебра» одобрена на заседании кафедры «Экономики и государственного и муниципального управления» Кировского филиала РАНХиГС.

Протокол №7 от 17.12.2025 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы .....	4
2. Объем и место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы .....	4
3. Содержание и структура дисциплины (модуля) .....	5
4. Типы оценочных материалов, показатели и критерии оценивания .....	8
5. Формы аттестации, типовые оценочные материалы для текущего контроля успеваемости обучающихся, критерии и шкалы оценивания .....	12
6. Формы промежуточной аттестации, критерии и шкала оценивания, типовые оценочные материалы по дисциплине. ....	16
7. Методические материалы по освоению дисциплины (модуля).....	21
8. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет .....	24
9. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы .....	25

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Дисциплина Б1.О.03 Алгебра обеспечивает формирование у обучающихся следующих обязательных профессиональных компетенций:

ОТФ/ТФ и реквизи ты ПС (при наличии)	Код компет енции	Наимено вание компетен ции	Код индикато ра достижен ия компетен ций	Наименован ие индикатора достижения компетенци й	Образовательный результат
	ПКо ОС II - 2	Способен использо вать алгебраич еские методы для решения прикладн ых задач	ПКо ОС II – 2.1	Способен создавать парадигму мышления в рамках национально й экономики, базирующей ся на моделях линейной алгебры	<i>ПКо ОС II - 2. 3-1. Знает</i> основные линейные алгебраические конструкции <i>ПКо ОС II - 2. 3-2. Знает</i> принципы работы с системами линейных уравнений, матрицами, линейными отображениями, <i>ПКо ОС II - 2. У-1. Умеет</i> применять методы линейной алгебры для решения прикладных задач

## 2. Объем и место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Общий объем дисциплины:

5 з.е., 180 ак.час.

– очная форма обучения – контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий: 66 ак.час на контактную работу с преподавателем, из них 32 ак.час на лекции и 32 ак.час на практические занятия, 2 ак.час консультация. 87 ак. час на самостоятельную работу обучающихся. 27 ак.час – контроль (экзамен).

– очно-заочная форма обучения – контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий: 22 ак.час на контактную работу с преподавателем, из них 8 ак.час на лекции и 12 ак.час на практические занятия, 2 ак.час консультация. 149 ак. час на самостоятельную работу обучающихся. 9 ак.час – контроль (экзамен).

Б1.О.03 Алгебра реализуется в 1-м семестре 1-го курса, вместе с изучением дисциплины Математический анализ.

### 3. Содержание и структура дисциплины (модуля)

#### 3.1. Структура дисциплины (модуля)

*Очная форма обучения*

№ п/п	Наименование тем и (или) разделов	ВСЕГО	Объем дисциплины, ак.час											Форма текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации	
			Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий								Самостоятельная работа				
			Период теоретического обучения				Период промежуточной аттестации (сессия)								
			Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа		И К	КС Р	КЭ	Кат тэк	Контроль	СРкр	СРэк		СР
			Л	ВЛ	ЛР	ПЗ									
Тема 1.	Матрицы и определители	30	6	0	0	6	0	0	0	0	0	0	18	Типовой расчет 1 Самостоятельная работа1	
Тема 2.	Решение систем линейных уравнений	34	8	0	0	8	0	0	0	0	0	0	18	Контрольная работа 1 Типовой расчет 1	
Тема 3.	Векторная алгебра	29	6	0	0	6	0	0	0	0	0	0	17	Контрольная работа 2 Самостоятельная работа2	
Тема 4.	Линейные операторы	34	8	0	0	8	0	0	0	0	0	0	18	Контрольная работа 2	
Тема 5.	Квадратичные формы	24	4	0	0	4	0	0	0	0	0	0	16	Самостоятельная работа3	
Промежуточная аттестация		29	0	0	0	0	0	0	2	27	0	0	0	Экзамен	
Итого		180	32	0	0	32	0	0	2	27	0	0	87		

*Очно-заочная форма обучения*

№ п/п	Наименование тем и (или) разделов	ВСЕГО	Объем дисциплины, ак.час											Форма текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации	
			Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий								Самостоятельная работа				
			Период теоретического обучения				Период промежуточной аттестации (сессия)								
			Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа		И К	КС Р	КЭ	Кат тэк	Контроль	СРкр	СРэк		СР
			Л	ВЛ	ЛР	ПЗ									
Тема 1.	Матрицы и определители	36	2	0	0	4	0	0	0	0	0	0	30	Типовой расчет 1 Самостоятельная работа 1	
Тема 2.	Решение систем линейных уравнений	36	2	0	0	4	0	0	0	0	0	0	30	Контрольная работа 1 Типовой расчет 1	
Тема 3.	Векторная алгебра	33	1	0	0	2	0	0	0	0	0	0	30	Контрольная работа 2 Самостоятельная работа2	
Тема 4.	Линейные операторы	33	2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	30	Контрольная работа 2	
Тема 5.	Квадратичные формы	31	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	29	Самостоятельная работа3	
Промежуточная аттестация		11	0	0	0	0	0	0	2	9	0	0	0	Экзамен	
Итого		180	8	0	0	12	0	0	2	9	0	0	149		

*Используемые сокращения:*

Л – лекции - занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации обучающимся педагогическими работниками организации и (или) лицами, привлекаемыми организацией к реализации образовательных программ на иных условиях).

ВЛ – видео лекции.

ЛР – лабораторные работы.

ПЗ – практические занятия (за исключением лабораторных работ).

ИК – индивидуальные консультации.

КСР – контроль самостоятельной работы

КЭ – консультации перед экзаменом

Каттэк – контактная работа на аттестацию в период экзаменационных сессий

СРкр – самостоятельная работа на подготовку курсовой работы/ курсового проекта.

СРэк – самостоятельная работа на подготовку к экзамену.

СР – самостоятельная работа в семестре на подготовку к учебным занятиям.

### 3.2. Содержание дисциплины

#### **Тема 1. Матрицы и определители. ПКo OC II – 2.1**

Матрицы. Классификации матриц. Действия над матрицами. Определители и их свойства. Вычисление определителей. Обратная матрица. Ранг матрицы.

#### **Тема 2. Решение систем линейных уравнений. ПКo OC II – 2.1**

Системы линейных уравнений: основные понятия. Теорема Кронекера-Капелли. Решение систем линейных уравнений матричным способом. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса и по формулам Крамера. Однородные системы линейных уравнений. Приложения матричной алгебры к исследованию социально-экономических явлений и процессов. Модель многоотраслевой экономики (модель Леонтьева).

#### **Тема 3. Векторная алгебра. ПКo OC II – 2.1**

Векторы на плоскости и в пространстве, основные понятия. Коллинеарность, компланарность векторов. Линейные операции над векторами. Арифметические векторы и действия над ними. Скалярное произведение. Векторное произведение. Смешанное произведение. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Размерность и базис векторного пространства. Евклидово пространство. Ортогонализация. Ортогональные преобразования.

#### **Тема 4. Линейные операторы. ПКo OC II – 2.1**

Линейные операторы и их свойства. Матрица линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. Действия над операторами. Ранг, ядро, дефект линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

#### **Тема 5. Квадратичные формы. ПКo OC II – 2.1**

Канонический вид квадратичной формы. Метод Лагранжа. Классификация квадратичных форм. Положительно-определённые формы, отрицательно-определённые формы. Критерий Сильвестра. Линейная модель обмена. Модель международной торговли.

### **4. Типы оценочных материалов, показатели и критерии оценивания**

4.1. Оценочные материалы по дисциплине Б1.О.03 Алгебра входят в состав оценочных материалов по образовательной программе. Совокупность оценочных материалов по всем дисциплинам (модулям) образовательной программы составляют фонд оценочных средств (далее – ФОС). ФОС используется при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся с целью оценивания достижения обучающимися-ся планируемых результатов обучения.



4.2. ФОС разработан как комплекс проверочных заданий различного типа и уровня сложности, включает критерии и шкалы оценивания, а также «ключи» правильных ответов. ФОС формируется как отдельный документ и хранится в электронном виде, доступ к ФОС предоставлен ограниченному кругу лиц.

4.3. Для самостоятельной работы обучающихся при подготовке к текущему контролю успеваемости и промежуточной аттестации в рабочих программах дисциплин размещены типовые проверочные задания, которые можно условно разделить на задания закрытого, комбинированного и открытого типов.

Задания закрытого типа – это тестовые задания, в которых каждый вопрос сопровождается готовыми вариантами ответов, из которых необходимо выбрать один или несколько правильных.

Задания комбинированного типа – это тестовые задания, в которых каждый вопрос сопровождается готовыми вариантами ответов, из которых необходимо выбрать один или несколько правильных и обосновать свой выбор.

Задания открытого типа – это задания, в которых на каждый вопрос должен быть предложен развернутый обоснованный ответ.

В зависимости от типа задания рекомендованы определенная последовательность выполнения и система оценивания выполнения заданий.

#### 4.4. Типы заданий, сценарии выполнения, критерии оценивания

ТИП ЗАДАНИЯ	ИНСТРУКЦИЯ	СЦЕНАРИИ ВЫПОЛНЕНИЯ	КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ
Задание закрытого типа с выбором одного правильного ответа из нескольких вариантов предложенных	Прочитайте текст, выберите правильный ответ	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается только один из предложенных вариантов.</li> <li>2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.</li> <li>3. Выбрать один верный ответ.</li> <li>4. Записать только номер (или букву) выбранного варианта ответа (например, 3 или В).</li> </ol>	Ответ считается верным, если правильно указана цифра или буква
Задание закрытого типа на установление соответствия	Прочитайте текст и установите соответствие	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидаются пары элементов.</li> <li>2. Внимательно прочитать оба списка: список 1 – вопросы, утверждения, факты, понятия и т.д.; список 2 – утверждения, свойства объектов и т.д.</li> <li>3. Сопоставить элементы списка 1 с элементами списка 2, сформировать пары элементов.</li> <li>4. Записать попарно буквы и цифры (в зависимости от задания) вариантов ответа (например, А1 или Б4).</li> </ol>	Ответ считается верным, если правильно указаны цифры или буквы
Задание закрытого типа с выбором нескольких правильных ответов из нескольких вариантов предложенных	Прочитайте текст, выберите правильные ответы	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается несколько правильных ответов из предложенных вариантов.</li> <li>2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.</li> <li>3. Выбрать несколько правильных ответов.</li> <li>4. Записать только номера (или буквы) выбранного варианта ответа (например, 1 4 или А Г).</li> </ol>	Ответ считается верным, если правильно установлены все соответствия (позиции из одного столбца верно сопоставлены с позициями другого)
Задание закрытого типа на установление последовательности	Прочитайте текст и установите последовательность	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается последовательность элементов.</li> <li>2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.</li> <li>3. Построить верную последовательность из предложенных элементов.</li> </ol>	Ответ считается верным, если правильно указана вся последовательность цифр

		4. Записать буквы/цифры (в зависимости от задания) вариантов ответа в нужной последовательности (например, БВА или 135).	
Задание комбинированного типа с выбором одного правильного ответа из предложенных и обоснованием выбора	Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается только один из предложенных вариантов.</li> <li>2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.</li> <li>3. Выбрать один верный ответ.</li> <li>4. Записать только номер (или букву) выбранного варианта ответа.</li> <li>5. Записать аргументы, обосновывающие выбор ответа (например, 4 текст обоснования).</li> </ol>	Ответ считается верным, если правильно указана цифра или буква и приведены корректные аргументы, используемые при выборе ответа
Задание открытого типа с развернутым ответом	Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Внимательно прочитать текст задания и понять суть вопроса.</li> <li>2. Продумать логику и полноту ответа.</li> <li>3. Записать ответ, используя четкие компактные формулировки.</li> <li>4. В случае расчетной задачи, записать решение и ответ</li> </ol>	<p>Ответ считается верным:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Отсутствие фактических ошибок.</li> <li>2. Раскрытие объема используемых понятий (полнота ответа).</li> <li>3. Обоснованность ответа (наличие аргументов).</li> <li>4. Логическая последовательность излагаемого материала.</li> </ol>

4.5. Общая шкала оценивания результатов текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся

Традиционная система	Бинарная система	ECTS	
		Для традиционной системы	Для бинарной системы
Отлично	Зачтено	A	P/ Passed
		B	P/ Passed
Хорошо		C	P/ Passed
		D	P/ Passed
Удовлетворительно		E	P/ Passed
Неудовлетворительно	Не зачтено	F	F/Failed

**5. Формы аттестации, типовые оценочные материалы для текущего контроля успеваемости обучающихся, критерии и шкалы оценивания**

5.1. В ходе реализации дисциплины Б1.О.03 Алгебра используются следующие формы текущего контроля успеваемости обучающихся: письменная самостоятельная работа, контрольная работа, типовой расчет.

5.2. Типовые оценочные материалы для текущего контроля успеваемости обучающихся:

**Тема 1. Матрицы и определители. ПКo OC II – 2.1**

Задания открытого типа с развернутым ответом

**Варианты заданий типового расчета 1**

Задача 1. Четыре завода выпускают три вида продукции. Матрицы  $A_1$  и  $A_2$  задают объем выпуска продукции на каждом заводе в первом и втором полугодии соответственно. Необходимо найти:

1. годовой выпуск продукции;
  2. прирост объемов производства во втором полугодии по сравнению с первым и проанализировать результаты.
- Сделать вывод (по каждому заводу и каждому виду продукции)

Задача 2. Предприятие производит  $n$  типов продукции, объемы выпуска заданы матрицей  $A_{1 \times n}$ . Цена реализации единицы  $i$ -го типа продукции в  $j$ -м регионе задана матрицей  $B_{n \times k}$ , где  $k$  – число регионов, в которых реализуется продукция. Найти матрицу выручки по регионам  $C$ , определить, какой из регионов наиболее выгоден для реализации товара.

Задача 3. Предприятие производит  $n$  типов продукции, используя  $m$  видов ресурсов. Норма затрат ресурса  $i$ -го вида на производство единицы продукции  $j$ -го типа задана матрицей затрат  $A_{m \times n}$ , выпуск продукции каждого типа за квартал – матрицей  $X_{n \times 1}$ . Стоимость единицы каждого вида ресурсов за квартал задана матрицей  $P_{1 \times m}$ . Найти:

1. матрицу  $S$  полных затрат ресурсов каждого вида;
2. полную стоимость всех затраченных за квартал ресурсов.

Задача 1.		Задача 2.		Задача 3.		
$A_1$	$A_2$	$A_{1 \times n}$	$B_{n \times k}$	$A_{m \times n}$	$X_{n \times 1}$	$P_{1 \times m}$

### Варианты заданий самостоятельной работы 1

Выполняется дома в рамках домашней работы по индивидуальным вариантам

1. Даны матрицы  $X$  и  $Y$ .

Вычислить матрицу  $Z = (Y^2 - 4) \cdot X + 2$

2. Вычислить определитель 3<sup>го</sup> порядка а) используя «правило треугольника», б) выполняя разложение по элементам строки или столбца, 3) приведя

определитель к диагональному виду.

3. Для заданной матрицы  $A$  найти обратную матрицу  $A^{-1}$ .

4. Для заданной матрицы определить ранг матрицы  $R(A)$

### Тема 2. Решение систем линейных уравнений. ПКo OC II – 2.1

Задания открытого типа с развернутым ответом

**Варианты заданий контрольной работы 1**

1. Решить систему линейных уравнений:
  - 1) матричным способом (методом обратной матрицы),
  - 2) по формулам Крамера,
  - 3) методом Гаусса.

Выполнить проверку правильности решения.

$$\begin{array}{rcl} 3x_1 & 2x_2 & x_3 \bullet 1 \\ 2x_1 & x_2 & 3x_3 \bullet 2 \\ x_1 & x_2 & 5x_3 \bullet 0 \end{array}$$

2. Методом Гаусса найти общее решение и одно частное решение системы линейных уравнений, выполнить проверку правильности полученного частного решения.

$$\begin{array}{rcl} x_1 & x_2 & 3x_3 & 4x_4 \bullet 1, \\ 4x_1 & 5x_2 & 2x_3 & x_4 \bullet 3, \\ 3x_1 & 4x_2 & x_3 & 4x_4 & x_5 \bullet 2. \end{array}$$

### Варианты заданий типового расчета 1

Имеются данные баланса двух отраслей промышленности.

Значения переменных									
$x_{11}$	$x_{12}$	$x_{21}$	$x_{22}$	$y_1$	$y_2$	$x_1$	$x_2$	$l$	$m$
14	35	24	28	151	88	200	140	0,8	40

Требуется:

1. исходя из численных значений, составить таблицу баланса и матрицу прямых затрат;
2. оценить продуктивность и запас продуктивности матрицы прямых затрат;
3. вычислить необходимый объем валового выпуска каждой отрасли, если конечный продукт первой отрасли увеличится в  $l$  раз, а второй отрасли на  $m$  процентов;
4. сформулировать и решить задачу межотраслевого баланса;
5. оценить изменение валового выпуска по сравнению с исходными величинами.

### Тема 3. Векторная алгебра. ПКo OC II – 2.1

Задания открытого типа с развернутым ответом

### Варианты заданий самостоятельной работы 2

Выполняется дома в рамках домашней работы по индивидуальным вариантам

1. Найти косинус угла между векторами  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AC}$ , если заданы координаты точек  $A(2, -2, 3)$ ,  $B(5, -1, 2)$ ,  $C(-3, 7, 5)$ .
2. Выяснить коллинеарны ли векторы  $c$  и  $d$ , построенные по векторам  $a$  и  $b$ , если  $a = (-5, 1, 4)$ ,  $b = (0, -3, -1)$ ,  $c = 4a - b$ ,  $d = 2a + 2b$

3. Даны векторы  $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + k$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} + 6\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 4\vec{i} + 5\vec{j}$ . Необходимо: а) вычислить скалярное произведение двух векторов  $\vec{a}$  и  $3\vec{b}$ ; б) проверить, будут ли ортогональными два вектора  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ; в) найти угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{c}$ .
4. Выяснить, являются ли векторы  $\vec{a} = (1; 1; -1; 1)$ ,  $\vec{b} = (0; 1; 1; -2)$  и  $\vec{c} = (-1; 1; 1; -1)$  линейно зависимыми.

### Варианты заданий контрольной работы 2

- Доказать, что векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  образуют базис и найти координаты вектора  $\vec{d}$  в этом базисе (разложить вектор  $\vec{d}$  по векторам  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ).  
 $\vec{a} = (1; -3; 1)$ ,  $\vec{b} = (-2; -4; 3)$ ,  $\vec{c} = (0; -2; 3)$ ,  $\vec{d} = (-8; -10; 13)$
- Найти координаты вектора  $\vec{x} = (-12; 6; 1)$  в базисе  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ , если он задан в базисе  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$

$$\vec{x} = \frac{1}{6}\vec{e}_1 + \frac{7}{6}\vec{e}_2 + \frac{1}{6}\vec{e}_3$$

### Тема 4. Линейные операторы. ПКo OC II – 2.1

#### Задания открытого типа с развернутым ответом

#### Варианты заданий контрольной работы 2

- Найти матрицу  $A$  линейного оператора  $A$  в базисе  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ , где  $\vec{e}_1 = \vec{e}_1$ ,  $\vec{e}_2 = 2\vec{e}_1$ , если в базисе  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$   $A_0 = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
- Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

### Тема 5. Квадратичные формы. ПКo OC II – 2.1

#### Задания открытого типа с развернутым ответом

#### Варианты заданий самостоятельной работы 3

Выполняется дома в рамках домашней работы по индивидуальным вариантам

- Привести квадратичную форму  $f(x_1, x_2, x_3) = 16x_1x_2 + 8x_1x_3 + 8x_2x_3$  к каноническому виду методом Лагранжа.



2. Привести квадратичную форму  $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + x_2^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 2x_2x_3$  к каноническому виду ортогональным преобразованием.

3. Исследовать квадратичную форму  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_2x_3$  на знакоопределенность.

4. При каких значениях параметра  $a$  данная квадратичная форма  $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 3x_2^2 + 2ax_1x_2 + 2x_1x_3 + 4x_2x_3$  является знакоопределенной.

5.4. Описание дополнительных материалов и оборудования, необходимых для выполнения проверочных заданий.

Для решения задач открытого типа студенту разрешается использование калькулятора.

Использование электронных средств запоминания и хранения информации, средств связи (телефоны, наушники и др.) не допускается.

## 6. Формы промежуточной аттестации, критерии и шкала оценивания, типовые оценочные материалы по дисциплине

6.1. Промежуточная аттестация (экзамен) проводится в письменной форме.

При проведении письменного экзамена билет с вариантами заданий выбирает сам обучающийся в случайном порядке. Обучающийся получает чистые маркированные листы бумаги для записей решения задач, затем приступает к решению. Необходимо дать ответ в письменном виде, подробно изложив ход решения.

Обучающиеся при подготовке ответа могут пользоваться программой учебной дисциплины, а также калькуляторами. Использование любых средств связи (телефоны, наушники и др.) не допускается.

Время на выполнение заданий – 80 минут (по желанию обучающегося ответ может быть досрочным).

Проверка работ выполняется экзаменатором после окончания экзамена и оценки выставляются в соответствии с критериями оценивания.

В случае возникновения сомнений относительно глубины знаний обучающегося экзаменатор может пригласить его и задать дополнительные и уточняющие вопросы в пределах учебного материала, вынесенного на экзамен.

6.2. Типовые оценочные материалы промежуточной аттестации

Типовые проверочные задания для самоподготовки обучающегося к промежуточной аттестации:

## Тема 1. Матрицы и определители. ПКo OC II – 2.1

Задания открытого типа.

1. Вопросы открытого типа.

1. Определение матрицы. Виды матриц.
2. Сумма матриц. Произведение матрицы на число. Разность матриц. Свойства операций сложения и умножения матрицы на число. Транспонирование матриц.
3. Произведение матриц. Возведение матрицы в степень.
4. Понятие определителя. Определители второго и третьего порядка. Правило треугольников.
5. Минор. Алгебраическое дополнение. Теорема Лапласа.
6. Свойства определителей. Вычисление определителей с использованием свойств.
7. Обратная матрица.
8. Ранг матрицы. Свойства ранга матрицы. Алгоритм вычисления ранга матрицы методом окаймления миноров.
9. Теорема об элементарных преобразованиях матрицы. Ступенчатая матрица. Ранг.

2. Контрольные задания.

1. Вычислить матрицу  $Z = XY + YX - E$ , если матрицы

$$X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель, используя разложение по элементам строки (столбца) и по «правилу треугольников»:

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель используя свойства определителей

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 6 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 5 & 2 \\ 1 & 4 & 3 & 1 \end{vmatrix}$$

4. Найти матрицу, обратную к матрице  $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ . Выполнить

проверку.

5. Найти ранг матрицы  $A$
- $$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 8 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

## Тема 2. Решение систем линейных уравнений. ПКo ОС II – 2.1

Задания открытого типа.

1. Вопросы открытого типа.

1. Системы линейных уравнений. Основные понятия.
2. Равносильные системы линейных уравнений. Элементарные преобразования систем линейных уравнений.
3. Матричный способ решения систем  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными.
4. Решение СЛУ по формулам Крамера
5. Решение СЛУ методом Гаусса.
6. Системы линейных однородных уравнений
7. Модель Леонтьева. Вектор валового выпуска. Вектор конечного потребления. Матрица прямых затрат. Уравнение линейного межотраслевого баланса.
8. Матрица полных затрат. Продуктивная матрица. Критерии продуктивности.

2. Контрольные задания.

1. Решить систему линейных уравнений матричным способом, выполнить проверку правильности решения:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 2 \end{pmatrix}$$

2. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера, выполнить проверку

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \end{pmatrix}$$

3. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix}$$

4. Решить однородную систему линейных уравнений

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 6 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

5. Охарактеризовать продуктивность матрицы прямых затрат

$$A = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,9 \\ 0,2 & 0,5 \end{pmatrix}$$

### Тема 3. Векторная алгебра. ПКo OC II – 2.1

Задания открытого типа.

1. Вопросы открытого типа.

1. Линейные операции над векторами.
2. Арифметические векторы и действия над ними. n-мерное арифметическое векторное пространство.
3. Скалярное произведение векторов.
4. Векторное произведение векторов.
5. Смешанное произведение векторов.
6. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.
7. Базис и размерность линейного пространства.
8. Преобразование координат вектора при переходе от базиса к базису. Матрица перехода.
9. Евклидово пространство. n-мерное арифметическое евклидово пространство.
10. Длина вектора и ее свойства.
11. Угол между векторами.
12. Ортогональные векторы и их свойства.
13. Ортогональный базис. Ортонормированный базис.

2. Контрольные задания.

1. Даны векторы  $a = 2i - j + 2k$ ,  $b = 3i + 2k$ ,  $c = 2i - j + 7k$ . Найти векторы  $d$  и  $e$ , если  $d = a + 2b - c$ ,  $e = b - 2c$  и их орты (единичные векторы, имеющие то же направление).
2. Определить являются ли коллинеарными или ортогональными векторы  $a = 4i + 2j + k$  и  $b = 3i + 5j + 2k$ . Найти их длины.
3. Найти векторное произведение векторов  $\vec{a} = 2i + 3j + k$  и  $\vec{c} = 5i + 2j + 3k$  и синус угла между ними
4. Найти смешанное произведение векторов  $\vec{a}_1 = (1; 2; 2)$ ,  $\vec{a}_2 = (0; 1; 4)$ ,  $\vec{a}_3 = (-2; 3; 3)$ . Являются ли эти векторы компланарными?
5. Выяснить, является ли данная система векторов линейно зависимой или линейно независимой  $\vec{a}_1 = (1; 3; 1; 0)$ ,  $\vec{a}_2 = (0; 1; 1; 2)$ ,  $\vec{a}_3 = (3; 1; 1; 1)$ .
6. Разложить вектор  $\vec{d} = (6, 20, 3)$  по векторам  $\vec{a} = (1, 4, 3)$ ,  $\vec{b} = (3, 2, 4)$ ,  $\vec{c} = (2, 7, 1)$

## Тема 4. Линейные операторы. ПКo ОС II – 2.1

Задания открытого типа.

1. Вопросы открытого типа.

1. Оператор, образ, прообраз.
2. Линейный оператор.
3. Матрица линейного оператора.
4. Связь между образом и прообразом.
5. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах.
6. Равные операторы. Действия над операторами.
7. Область значений и ядро линейного оператора.
8. Собственный вектор и собственное значение линейного оператора.
9. Алгоритм нахождения собственных векторов и собственных значений.
10. Линейная модель обмена.

2. Контрольные задания.

1. Найти собственные векторы и собственные значения линейного оператора, заданного матрицей  $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ .
2. Найти матрицу  $A$  линейного оператора в базисе  $(e'_1, e'_2)$ , где  $e'_1 = 2e_1 - 3e_2$ ,  $e'_2 = e_1 + e_2$ , если она задана в базисе  $(e_1, e_2)$ .

## Тема 5. Квадратичные формы. ПКo ОС II – 2.1

Задания открытого типа.

1. Вопросы открытого типа.

1. Определение квадратичной формы. Матрица квадратичной формы.
2. Линейное преобразование переменных.
3. Эквивалентные квадратичные формы.
4. Канонический вид квадратичной формы.
5. Метод Лагранжа.
6. Закон инерции квадратичных форм.
7. Классификация квадратичных форм.
8. Критерий Сильвестра.

2. Контрольные задания.

1. Выяснить является ли квадратичная форма положительно определенной  $L = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$ .
2. Приведите к каноническому виду квадратичную форму методом Лагранжа  $L = x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3$ .

### 6.3. Критерии и шкала оценивания.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ	РЕЗУЛЬТАТ
Дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где он продемонстрировал знания предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину, самостоятельно, и исчерпывающе отвечает на дополнительные вопросы, решил предложенные практические задания без ошибок	отлично
Дан развернутый ответ на поставленный вопрос, где обучающийся демонстрирует знания, приобретенные на лекционных и семинарских занятиях, а также полученные посредством изучения обязательных учебных материалов по курсу. Однако допускается неточность в ответе. Решил предложенные практические задания с небольшими неточностями.	хорошо
Дан ответ, свидетельствующий в основном о знании изучаемой дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы. Материал излагает фрагментарно и непоследовательно, допускает ошибки в применении метода решения, задачу решает частично; имеет затруднения при выборе методов для решения задач. Допускается несколько ошибок в содержании ответа и решении практических заданий.	удовлетворительно
Дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории. Решение практических заданий не выполнено, т.е. обучающийся не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.	неудовлетворительно

6.4. Обучающиеся при подготовке ответа могут пользоваться программой учебной дисциплины, а также калькуляторами. Использование электронных средств запоминания и хранения информации, средств связи (телефоны, наушники и др.) не допускается.

## 7. Методические материалы по освоению дисциплины (модуля)

Подготовка к лекциям.

Главное в период подготовки к лекционным занятиям – научиться методам самостоятельного умственного труда, сознательно развивать свои творческие способности и овладевать навыками творческой работы. Для этого необходимо строго соблюдать дисциплину учебы и поведения. Четкое планирование своего рабочего времени и отдыха является необходимым условием для успешной самостоятельной работы. В основу его нужно положить рабочие программы изучаемых в семестре дисциплин. Каждому обучающемуся следует составлять еженедельный и семестровый планы работы, а также план на каждый рабочий день. С вечера всегда надо распределять работу на завтрашний день. В конце каждого дня целесообразно подводить итог работы: тщательно проверить, все ли

выполнено по намеченному плану,

не было ли каких-либо отступлений, а если были, по какой причине это произошло. Нужно осуществлять самоконтроль, который является необходимым условием успешной учебы. Если что-то осталось невыполненным, необходимо изыскать время для завершения этой части работы, не уменьшая объема недельного плана.

Подготовка к лекции заключается в:

- внимательном прочтении материала предыдущей лекции;
- знакомстве с темой предстоящей лекции (по тематическому плану, по информации лектора);
- предварительном знакомстве с учебным материалом по учебнику и учебным пособиям;
- записи возможных вопросов для преподавателя на лекции.

Самостоятельная работа на лекции.

Слушание и запись лекций – сложный вид вузовской аудиторной работы. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность обучающегося. Краткие записи лекций, их конспектирование помогает усвоить учебный материал. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное, основное и сделано это самим обучающимся. Конспект лекции лучше подразделять на пункты, параграфы, соблюдая красную строку. Этому в большой степени будут способствовать пункты плана лекции, предложенные преподавателям. Принципиальные места, определения, формулы и другое следует сопровождать замечаниями «важно», «особо важно», «хорошо запомнить» и т.п. Работая над конспектом лекций, всегда необходимо использовать не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор. Именно такая серьезная, кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть знаниями.

Подготовка к практическим занятиям.

Подготовка к практическим занятиям заключается в:

- внимательном прочтении теоретического материала лекций, относящихся к данному занятию, изучении учебного материала по учебнику и учебным пособиям;
- выписке основных определений, теорем, алгоритмов и формул;
- выполнении письменной части домашнего задания (вначале желательно выполнить задания с ориентацией на приведенный результат, затем переходить к выполнению контрольных заданий);
- определении, какие учебные элементы остались для вас неясными.

Готовиться к практическим занятиям можно индивидуально, парами или в составе малой группы. При подготовке к занятиям можно пользоваться консультативной помощью преподавателя.

Выполнение домашнего задания.



Для успешного усвоения дисциплины студенту необходимо регулярно заниматься самостоятельной работой: аудиторной и внеаудиторной. Студент регулярно должен прорабатывать темы лекционных занятий, занимаясь с конспектом лекций и рекомендованной литературой. Для отработки умения решения дифференциальных и разностных уравнений необходимо регулярно решать дополнительные (не разбираемые на семинарских занятиях) задачи.

В результате студент должен продемонстрировать знание основных теоретических понятий, методов решения дифференциальных и разностных уравнений, умение применять их при выполнении контрольных работ и решении задач, способность грамотно и четко формулировать их содержание на экзамене. Кроме того, при решении задач студент должен продемонстрировать умение логически верно строить рассуждение и обосновывать полученные результаты.

Подготовка к контрольной работе.

Контрольная работа проводится по пройденному к моменту написания данной работы материалу.

При подготовке к контрольной работе следует:

- 1) повторить теоретический материал по темам, включенным в контрольную работу;
- 2) просмотреть материалы практических занятий и домашних заданий;
- 3) попробовать решить задания из шаблона контрольной работы или примерного перечня практических заданий;
- 4) закрепить полученные умения и навыки, решая похожие задания из рекомендованных преподавателем учебников и учебно-методических пособий.

Если в процессе подготовки к контрольной работе возникли затруднения или требуются какие-либо уточнения и рекомендации, следует обратиться за помощью к преподавателю.

Отсчет времени, отведенного на письменную работу, идет по завершении процедуры размещения студентов и раздачи заданий. Студент обязан являться на письменный контроль в указанное в расписании время. В случае опоздания время, отведенное на выполнение заданий, не продлевается.

При выполнении контрольной работы использование электронных средств запоминания и хранения информации, средств связи (телефоны, наушники и др.) не допускается.

Подготовка к экзамену.

К промежуточной аттестации в форме экзамена необходимо готовиться целенаправленно, регулярно, систематически и с первых дней обучения по данной дисциплине. Систематическое выполнение учебной работы на лекциях и практических занятиях позволит успешно освоить дисциплину и создать хорошую базу для сдачи экзамена.

Предварительная подготовка включает знакомство с учебно-методической документацией: программой дисциплины; перечнем знаний и умений, которыми студент должен владеть; тематическими планами лекций, семинарских занятий; контрольными мероприятиями; учебниками, учебными пособиями по дисциплине; перечнем вопросов к экзамену. При подготовке к аттестации необходимо иметь четкое представление об объеме и характере знаний и умений, которыми необходимо овладеть при изучении дисциплины.

Также на предварительном этапе необходимо проверить полноту, правильность и аккуратность конспектов занятий, систематизировать материалы самостоятельной и индивидуальной работы.

При подготовке материалов по перечню конкретных вопросов экзамена необходимо вначале разобрать теоретические основы учебного материала, выучить формулировки основных определений, теорем, формул. После проработки теоретического материала необходимо просмотреть различные задания практического содержания, отработать выполнение основных математических действий темы. Наиболее проблемные вопросы необходимо выделить и получить по ним консультацию преподавателя.

## **8. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет**

### **8.1. Основная литература**

1. Кремер, Н. Ш. Линейная алгебра: учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер, М. Н. Фридман, И. М. Тришин; под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2025. — 422 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08547-1. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/560016>

2. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1: учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер, М. Н. Фридман, Б. А. Путко, И. М. Тришин; под редакцией Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2025. — 276 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05820-8. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/561863>

3. Афонина Т.Н. Линейная алгебра: Учебно-методическое пособие - Орел: Изд-во ОФ РАНХиГС, 2013 (в наличии в библиотеке филиала)

4. Малугин, В. А. Линейная алгебра: практический курс для экономистов: учебник и практикум для вузов / В. А. Малугин, Я. А. Рощина. — Москва: Издательство Юрайт, 2025. — 361 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19706-8. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/560578>.

## 8.2. Дополнительная литература

1. Бирюкова, Л. Г. Линейная алгебра и линейное программирование. Практикум: учебник для вузов / Л. Г. Бирюкова, Р. В. Сагитов; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва: Издательство Юрайт, 2025. — 44 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-21742-1. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/582000> .

2. Практикум по математике. Часть 1: Учебно-методическое пособие / Под редакцией Филонова А.Г. - Орел: Изд-во ОФ РАНХиГС, 2012 (в наличии в библиотеке филиала)

3. Татарников, О. В. Линейная алгебра: учебник для вузов / О. В. Татарников, А. С. Чуйко, В. Г. Шершнеv; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва: Издательство Юрайт, 2025. — 273 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-19275-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/556226>.

4. Шилин, И. А. Линейная алгебра. Задачник: учебное пособие для вузов / И. А. Шилин. — Москва: Издательство Юрайт, 2025. — 118 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-14382-9. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/567570>.

8.3. Нормативные правовые документы и иная правовая информация  
Не используются

8.4. Интернет-ресурсы  
Не используются

## 9. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Требования к аудитории:

- Лекционные
- Семинарские
- Помещения для самостоятельной работы

Требования к оборудованию:

- Доска (большая)
- проектор
- Компьютер (стационарный) или ноутбук

Или компьютеры с установленным программным обеспечением

Требования к программному обеспечению:

Наименование программного обеспечения	Назначение
---------------------------------------	------------

7-Zip	Архиватор с высокой степенью сжатия Свободная лицензия
Adobe Acrobat	Чтение, печать и рецензирование файлов PDF. Свободная лицензия
Adobe reader	Просмотр, печать и внесение аннотаций в документы PDF. Свободная лицензия
<a href="#">MS Office</a>	Пакет офисных приложений.
Yandex Browser	Браузер Свободная лицензия
Yandex Messenger	приложение для общения, групповых чатов, а также аудио – и видеозвонков
Яндекс Телемост	это сервис для видеовстреч без ограничений по времени